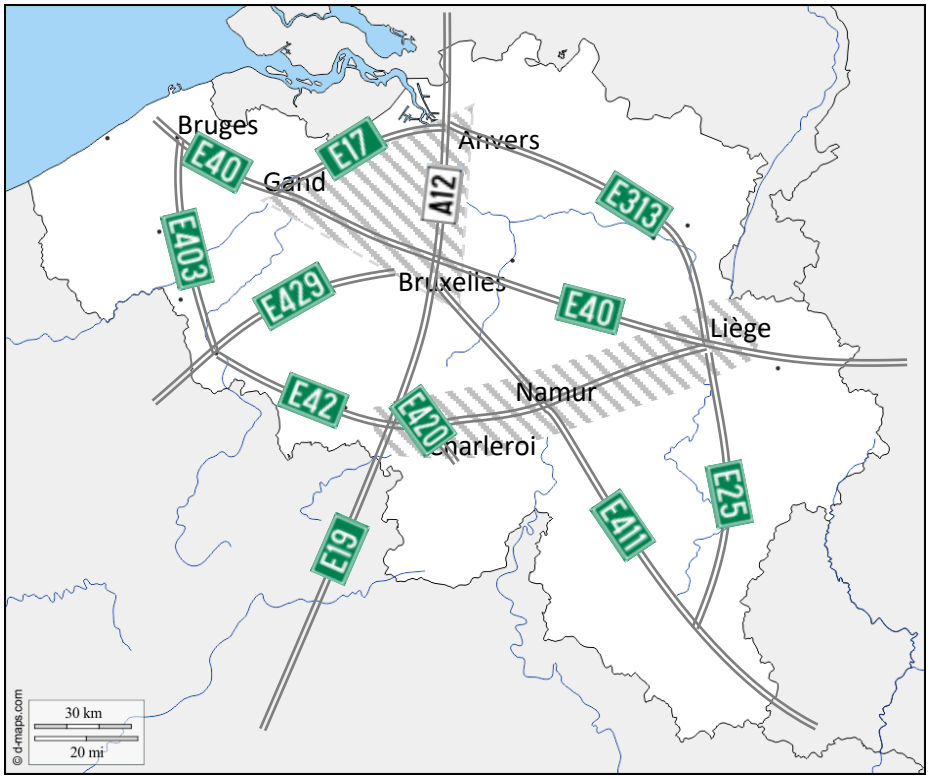
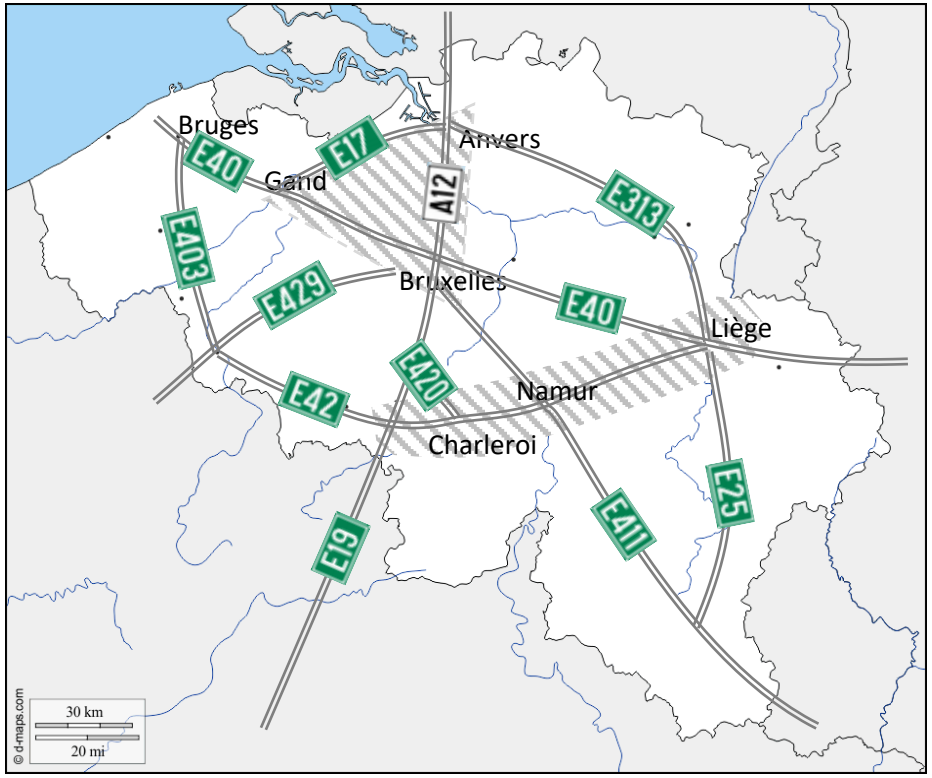
Comment calculer l'accessibilité des aires urbaines belges ?

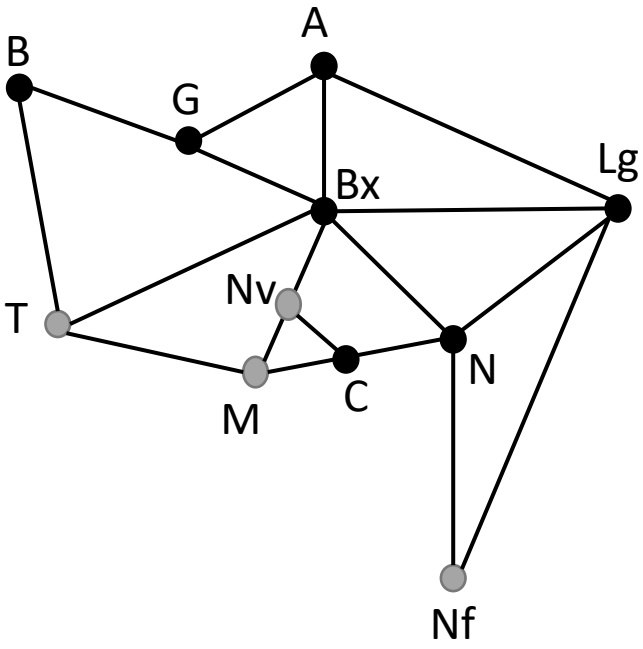


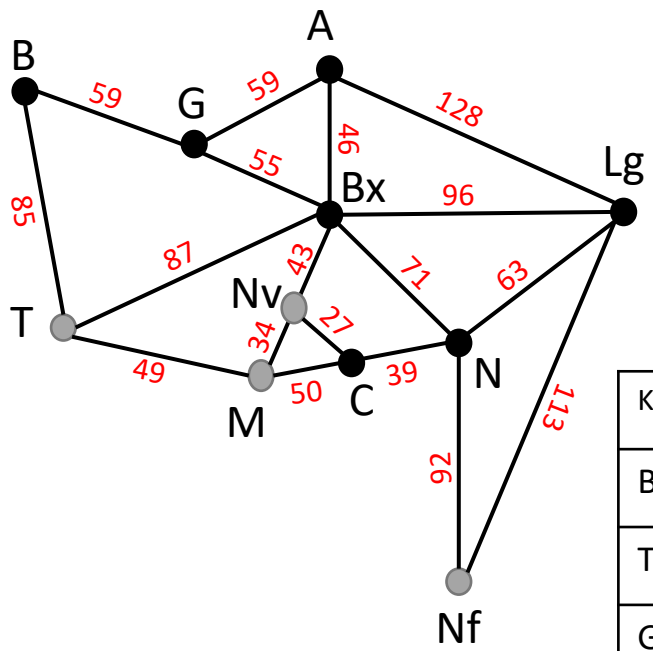
Les aires urbaines belges sont des **<u>nœuds</u>** reliées entre-elles par des autoroutes qui elles sont des **<u>liens</u>**.
L'ensemble forme un **réseau** auquel la théorie des graphes s'applique.

La 1ère étape consiste à représenter le réseau autoroutier sous la forme d'un graphe.
Pour cela, quatre nœuds qui ne sont pas des aires urbaines ont été ajoutés. Il s'agit des villes de Tournai (T), Nivelles (Nv), Mons (M) et Neufchâteau (Nf).

Ces nœuds supplémentaires permettent ainsi d'obtenir un graphe correct.







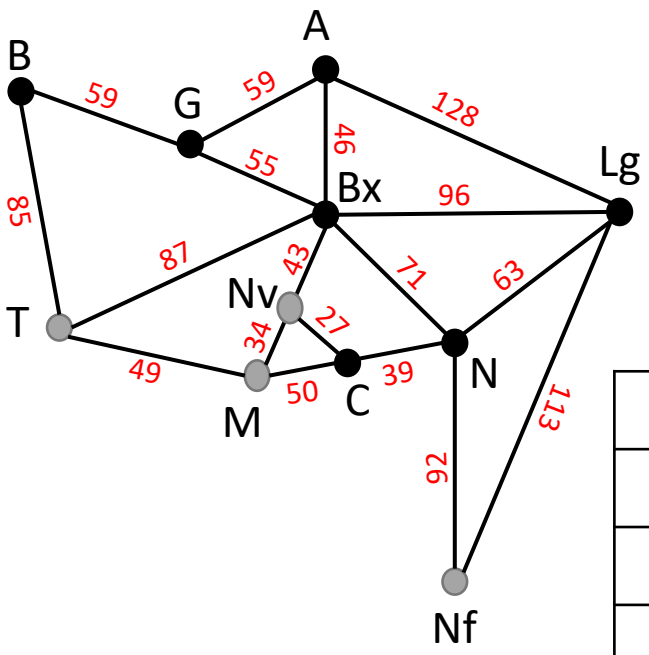
Les liens du graphe sont caractériser par des valeurs. Dans notre cas, il s'agit de la distance séparant les nœuds. Cette distance est exprimée en kilomètres mais elle pourrait être exprimée en durée de trajet, en coût, etc.

Sur cette dia, ces valeurs sont directement ajoutées au graphe mais elles peuvent également être exprimées sous la forme d'une matrice de distance.

Matrice des distances

Km	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
B	0	85	59								
T	85	0			87		49				
G	59		0	59	55						
A			59	0	46					128	
Bx		87	55	46	0	43			71	96	
Nv					43	0	34	27			
M		49				34	0	50			
C						27	50	0	39		
N					71			39	0	63	92
Lg				128	96				63	0	113
Nf									92	113	0

Calcul des indices de Shimbel

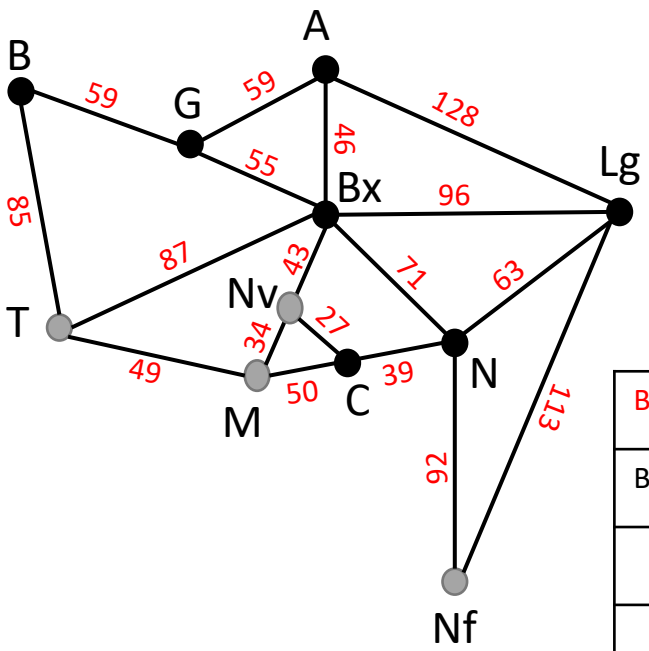


Dans un graphe, l'accessibilité d'un nœud peut se mesurer à l'aide de l'**indice de Shimbel**. Cet indice représente la somme des plus courts chemins reliant tous les nœuds du graphe au nœud pour lequel on désire mesurer son indice de Shimbel.

Plus l'indice est petit, plus le nœud est accessible dans le graphe.

	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf

Calcul de l'indice de Shimbel de Bruxelles



Pour calculer les »plus courts chemins » nous utilisons **l'algorithme de Dijkstra.** Cette algorithme est une méthode itérative.

Regardons comment cet algorithme fonctionne en prenant l'exemple du calcul des plus courts chemins entre Bruxelles et tous les autres points du graphe.

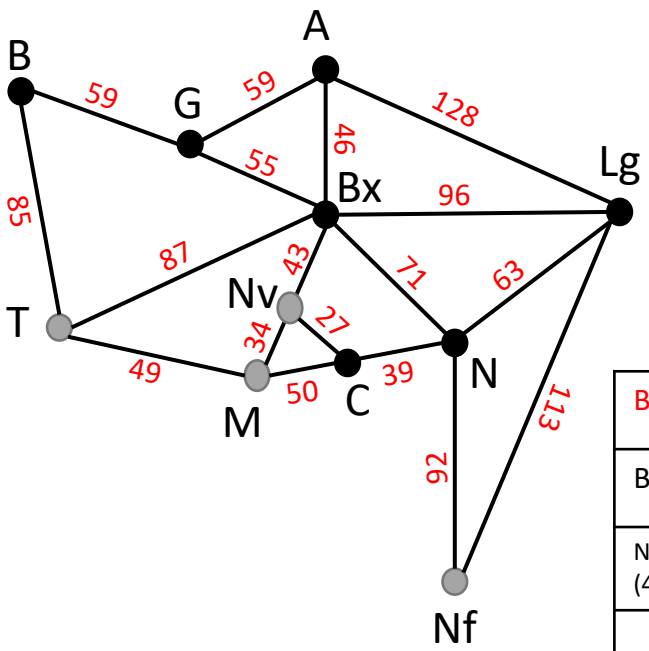
Bx	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Bx	∞	87	55	46	**0**	43	∞	∞	71	96	∞

Dans la 1ère colonne, nous inscrivons le nom du nœud de départ (Bruxelles) et dans les cases suivantes, il suffit d'indiquer la distance entre le nœud inscrit dans la 1ère colonne et ses voisins directs.
Lorsqu'un nœud n'est pas un voisin direct du nœud de départ on considère la distance comme étant infinie.

Lorsque le nœud de départ et le nœud d'arrivée sont identiques, la distance parcourue est de « 0 ». La case du tableau correspondante est alors définitivement « figée » et représente le plus court chemin.

La plus petite valeur de la ligne du tableau non figée est repérée pour la suite (en vert)

Calcul de l'indice de Shimbel de Bruxelles



Dans la 1ère colonne de la ligne suivante, on inscrit le nom du nœud et sa valeur entre parenthèse repérés dans ligne précédente.

Bx	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Bx	∞	87	55	46	**0**	43	∞	∞	71	96	∞
Nv (43)	∞	87	55	46		**43**	77	70	71	96	∞

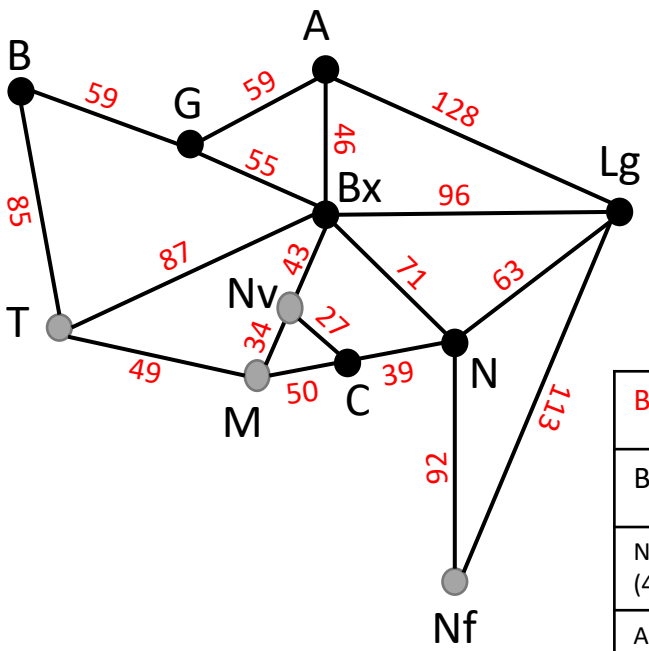
A partir de ce nouveau nœud de départ, on indique la distance le séparant des autres nœuds directs en ajoutant la valeur indiquée entre parenthèse.

Pour les nœuds qui ne sont pas un voisin direct de ce nouveau nœud de départ, on recopie simplement la valeur de la ligne précédente.

Concernant les colonnes figées, plus rien n'y est noté.

Enfin, il ne faut pas oublié de figer la colonne dont le nœud de départ correspond au nœud de destination (ici Nv) et de repérer la plus petite valeur en vert (ici 46).

Calcul de l'indice de Shimbel de Bruxelles



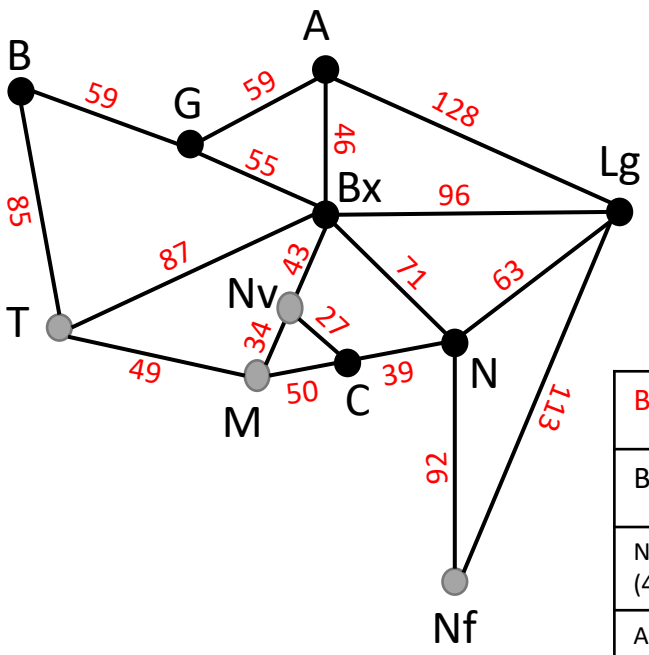
On répète alors à nouveau l'opération.

Ici A(46) devient le nouveau nœud de départ.

Notez une **particularité importante**.
Selon le graphe, la distance entre A et G est de 59 km. Par conséquent selon l'algorithme il faudrait inscrire la valeur 105 (59+46) dans la case correspondante. Mais comme la valeur de 55 indiquée à la ligne précédente est plus petite, ce sera la plus petite valeur qui sera conservée puisqu'elle représente en plus court chemin. Ce sera toujours la plus petite valeur qui sera inscrite dans le tableau.

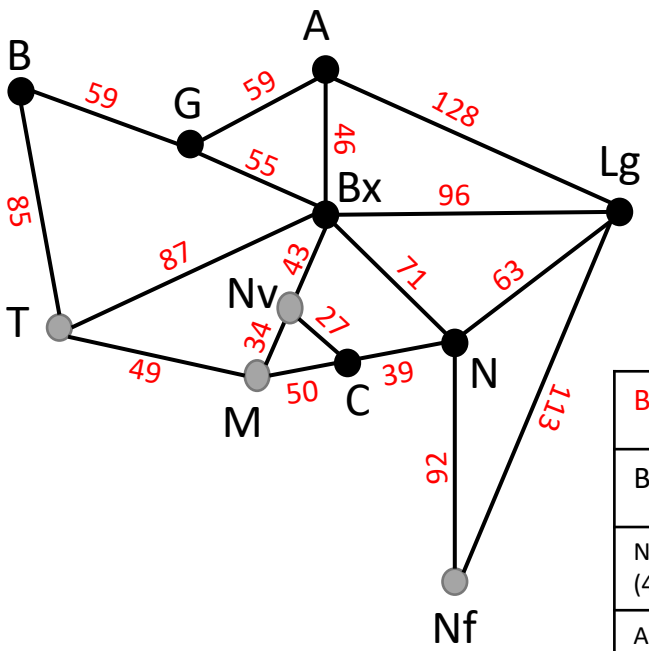
Bx	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Bx	∞	87	55	46	**0**	43	∞	∞	71	96	∞
Nv (43)	∞	87	55	46		**43**	77	70	71	96	∞
A (46)	∞	87	55	**46**			77	70	71	96	∞

Calcul de l'indice de Shimbel de Bruxelles



Bx	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Bx	∞	87	55	46	**0**	43	∞	∞	71	96	∞
Nv (43)	∞	87	55	46		**43**	77	70	71	96	∞
A (46)	∞	87	55	**46**			77	70	71	96	∞
G (55)	114	87	**55**				77	70	71	96	∞

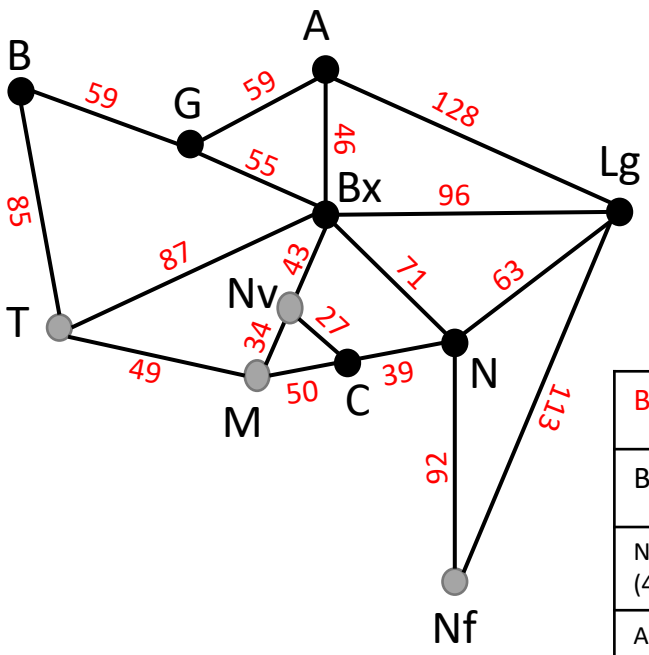
Calcul de l'indice de Shimbel de Bruxelles



Calcul des plus courts chemins entre Bruxelles et les nœuds du réseau à l'aide de **l'algorithme de Dijkstra**

Bx	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Bx	∞	87	55	46	**0**	43	∞	∞	71	96	∞
Nv (43)	∞	87	55	46		**43**	77	70	71	96	∞
A (46)	∞	87	55	**46**			77	70	71	96	∞
G (55)	114	87	**55**				77	70	71	96	∞
C (70)	114	87					77	**70**	71	96	∞

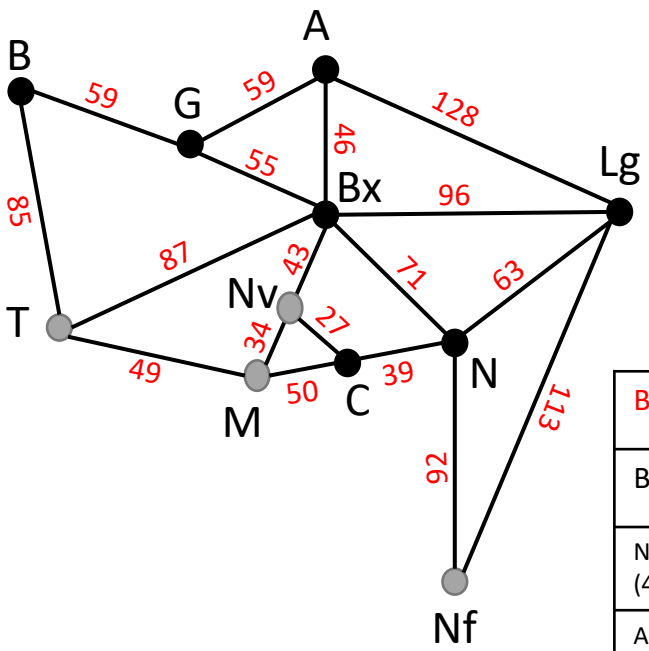
Calcul de l'indice de Shimbel de Bruxelles



Calcul des plus courts chemins entre Bruxelles et les nœuds du réseau à l'aide de **l'algorithme de Dijkstra**

Bx	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Bx	∞	87	55	46	**0**	43	∞	∞	71	96	∞
Nv (43)	∞	87	55	46		**43**	77	70	71	96	∞
A (46)	∞	87	55	**46**			77	70	71	96	∞
G (55)	114	87	**55**				77	70	71	96	∞
C (70)	114	87					77	**70**	71	96	∞
N (71)	114	87					77		**71**	96	163

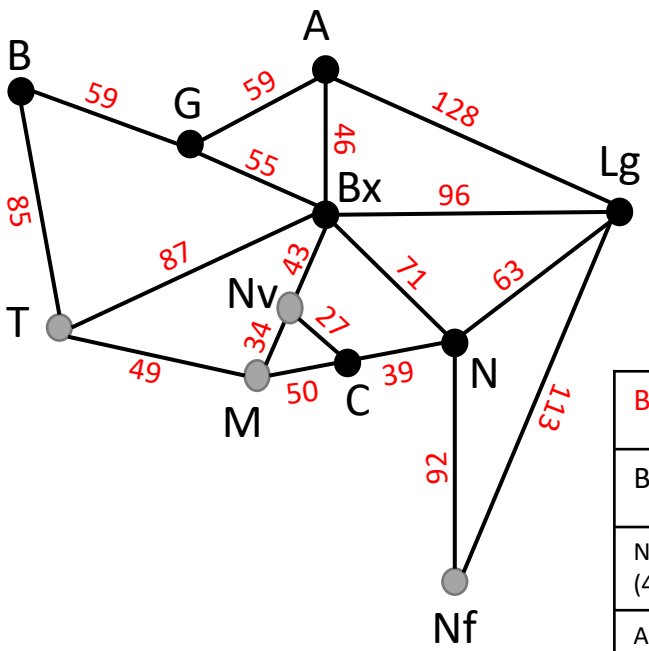
Calcul de l'indice de Shimbel de Bruxelles



Calcul des plus courts chemins entre Bruxelles et les nœuds du réseau à l'aide de **l'algorithme de Dijkstra**

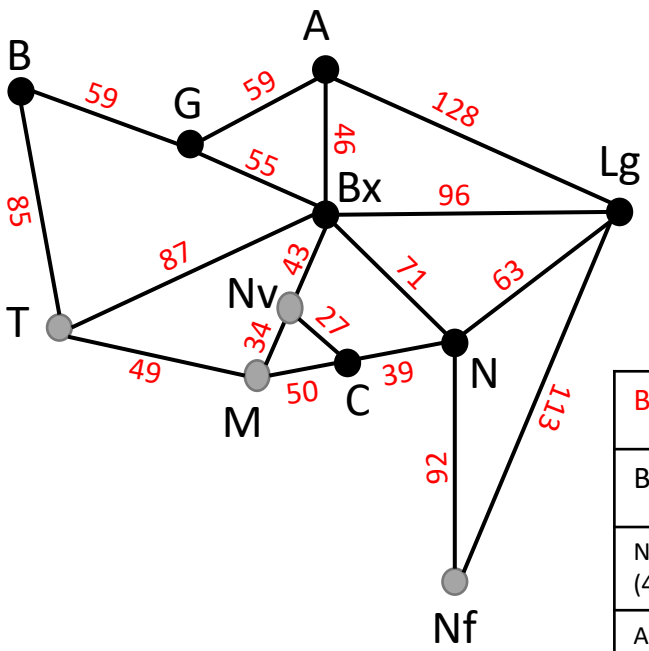
Bx	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Bx	∞	87	55	46	**0**	43	∞	∞	71	96	∞
Nv (43)	∞	87	55	46		**43**	77	70	71	96	∞
A (46)	∞	87	55	**46**			77	70	71	96	∞
G (55)	114	87	**55**				77	70	71	96	∞
C (70)	114	87					77	**70**	71	96	∞
N (71)	114	87					77		**71**	96	163
M (77)	114	87					**77**			96	163

Calcul de l'indice de Shimbel de Bruxelles



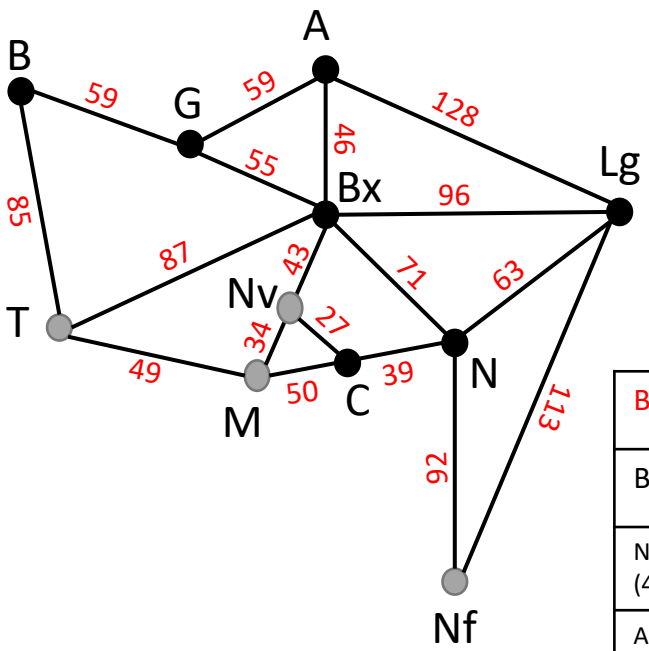
Bx	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Bx	∞	87	55	46	**0**	43	∞	∞	71	96	∞
Nv (43)	∞	87	55	46		**43**	77	70	71	96	∞
A (46)	∞	87	55	**46**			77	70	71	96	∞
G (55)	114	87	**55**				77	70	71	96	∞
C (70)	114	87					77	**70**	71	96	∞
N (71)	114	87					77		**71**	96	163
M (77)	114	87					**77**			96	163
T (87)	114	**87**								96	163

Calcul de l'indice de Shimbel de Bruxelles



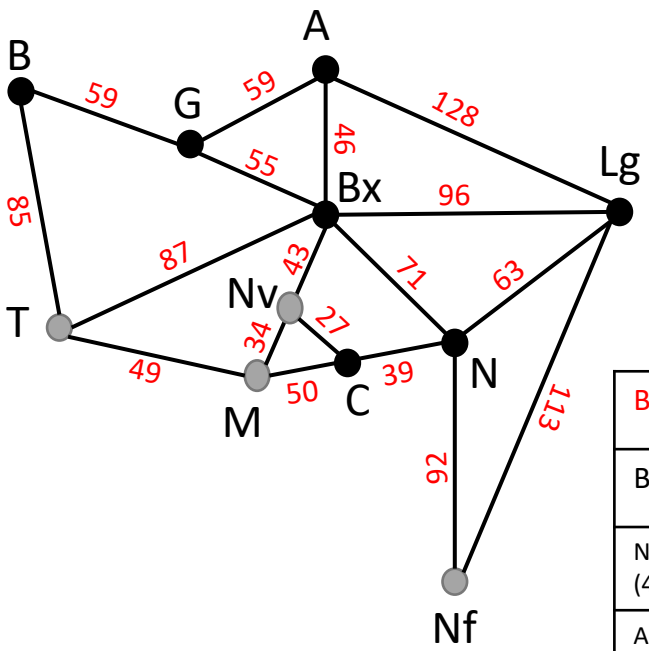
Bx	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Bx	∞	87	55	46	**0**	43	∞	∞	71	96	∞
Nv (43)	∞	87	55	46		**43**	77	70	71	96	∞
A (46)	∞	87	55	**46**			77	70	71	96	∞
G (55)	114	87	**55**				77	70	71	96	∞
C (70)	114	87					77	**70**	71	96	∞
N (71)	114	87					77		**71**	96	163
M (77)	114	87					**77**			96	163
T (87)	114	**87**								96	163
Lg (96)	114									**96**	163

Calcul de l'indice de Shimbel de Bruxelles



Bx	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Bx	∞	87	55	46	**0**	43	∞	∞	71	96	∞
Nv (43)	∞	87	55	46		**43**	77	70	71	96	∞
A (46)	∞	87	55	**46**			77	70	71	96	∞
G (55)	114	87	**55**				77	70	71	96	∞
C (70)	114	87					77	**70**	71	96	∞
N (71)	114	87					77		**71**	96	163
M (77)	114	87					**77**			96	163
T (87)	114	**87**								96	163
Lg (96)	114									**96**	163
B (114)	**114**										163

Calcul de l'indice de Shimbel de Bruxelles

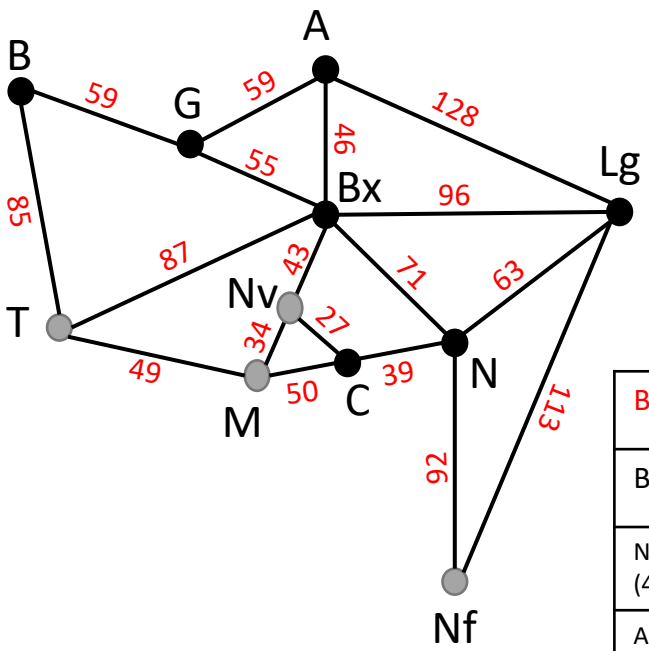


Maintenant, nous pouvoir voir que la matrice est complète et que tous les plus courts chemins entre Bruxelles et les autres nœuds ont été identifiés.

Par exemple, le plus court chemin entre Bruxelles et Charleroi est de 70 km.

Bx	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Bx	∞	87	55	46	**0**	43	∞	∞	71	96	∞
Nv (43)	∞	87	55	46		**43**	77	70	71	96	∞
A (46)	∞	87	55	**46**			77	70	71	96	∞
G (55)	114	87	**55**				77	70	71	96	∞
C (70)	114	87					77	**70**	71	96	∞
N (71)	114	87					77		**71**	96	163
M (77)	114	87					**77**			96	163
T (87)	114	**87**								96	163
Lg (96)	114									**96**	163
B (114)	**114**										163
Nf (163)											**163**

Calcul de l'indice de Shimbel de Bruxelles

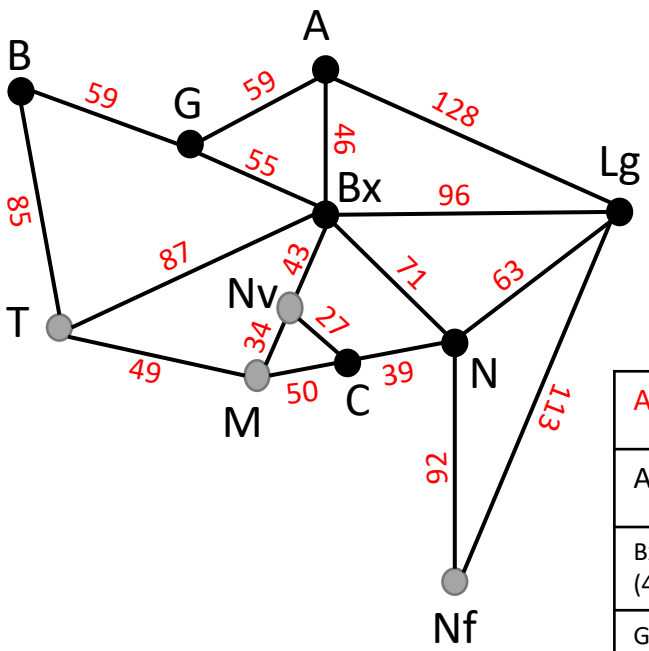


L'indice de Shimbel de Bruxelles est donc la sommes de tous les plus courts chemins calculés

= 114+87+55+46+0+43+77+70+71+96+163

= 822 km

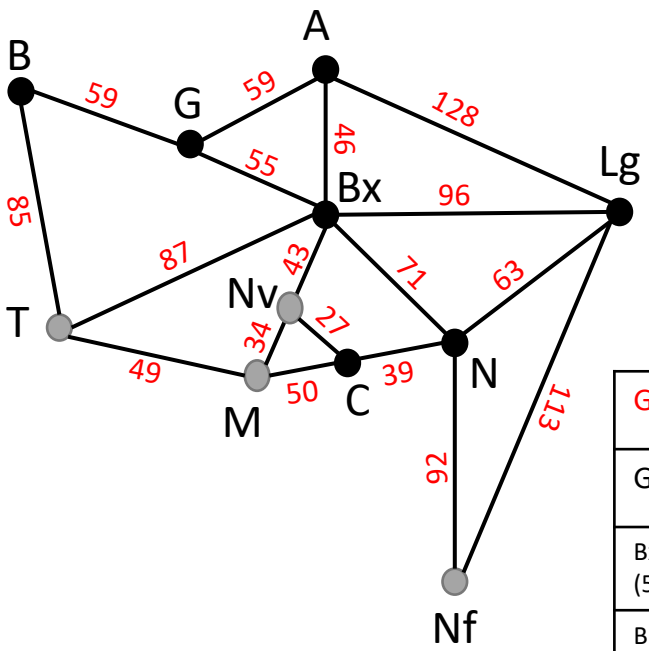
Bx	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Bx	∞	87	55	46	**0**	43	∞	∞	71	96	∞
Nv (43)	∞	87	55	46		**43**	77	70	71	96	∞
A (46)	∞	87	55	**46**			77	70	71	96	∞
G (55)	114	87	**55**				77	70	71	96	∞
C (70)	114	87					77	**70**	71	96	∞
N (71)	114	87					77		**71**	96	163
M (77)	114	87					**77**			96	163
T (87)	114	**87**								96	163
Lg (96)	114									**96**	163
B (114)	**114**										163
Nf (163)											**163**



Calcul de l'indice de Shimbel d'Anvers

Shimbel d'Anvers = 118+133+59+0+46+89+123+116+117+128+209
= 1138 km

A	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
A	∞	∞	59	**0**	46	∞	∞	∞	∞	128	∞
Bx (46)	∞	133	59		**46**	89	∞	∞	117	128	∞
G (59)	118	133	**59**			89	∞	∞	117	128	∞
Nv (89)	118	133				**89**	123	116	117	128	∞
C (116)	118	133					123	**116**	117	128	∞
N (117)	118	133					123		**117**	128	209
B (118)	**118**	133					123			128	209
M (123)		133					**123**			128	209
Lg (128)		133								**128**	209
T (133)		**133**									209
Nf (209)											**209**

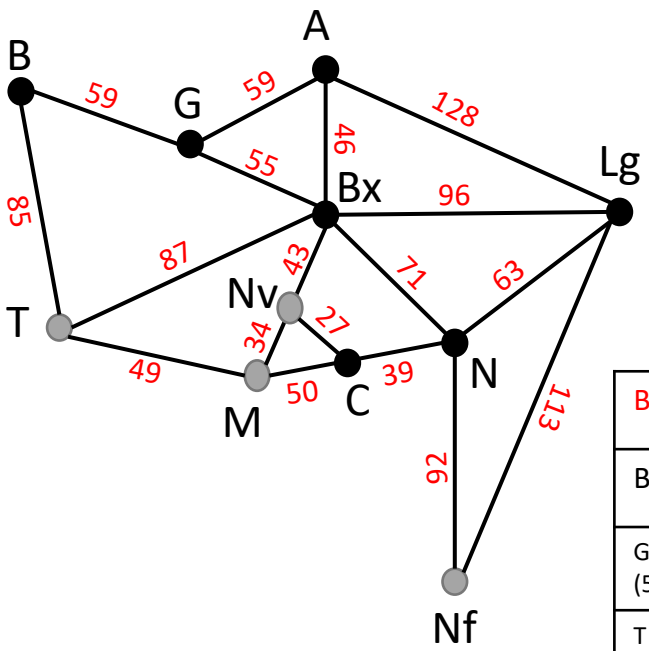


Calcul de l'indice de Shimbel de Gand

Shimbel de Gand = 59+142+0+59+55+98+132+125+126+151+219
= 1166 km

G	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
G	59	∞	**0**	59	55	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Bx (55)	59	142		59	**55**	98	∞	∞	126	151	∞
B (59)	**59**	142		59		98	∞	∞	126	151	∞
A (59)		142		**59**		98	∞	∞	126	151	∞
Nv (98)		142				**98**	132	125	126	151	∞
C (125)		142					132	**125**	126	151	∞
N (126)		142					132		**126**	151	218
M (132)		142					**132**			151	218
T (142)		142								151	219
Lg (151)										**151**	219
Nf (219)											**219**

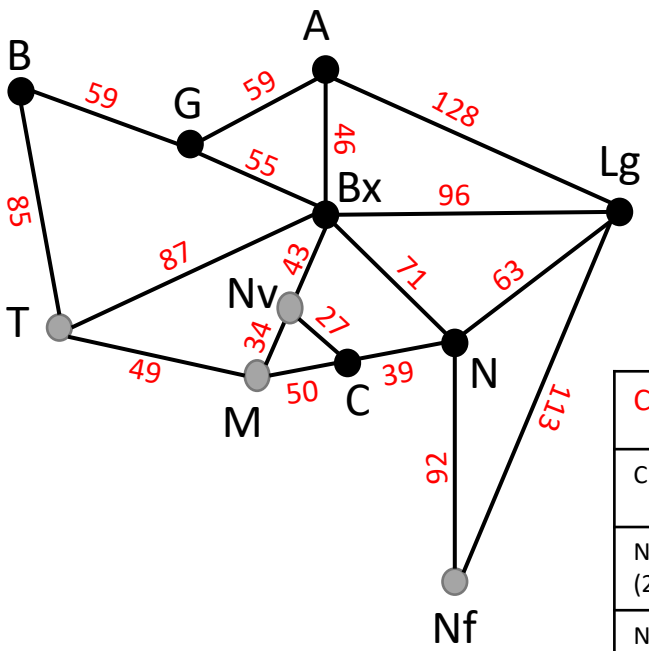
Calcul de l'indice de Shimbel de Bruges



Shimbel de Bruges = 0+85+59+118+114+157+134+184+185+210+277
= 1523 km

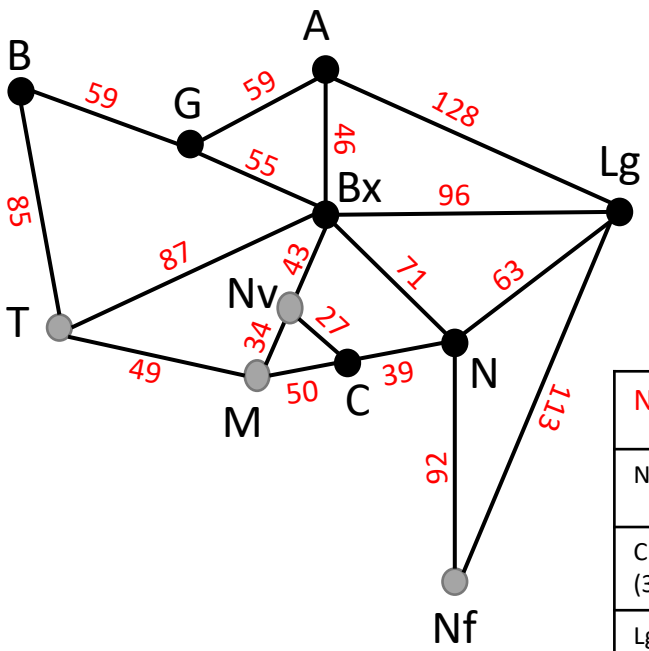
B	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
B	**0**	85	59	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
G (59)		85	**59**	118	114	∞	∞	∞	∞	∞	∞
T (85)		**85**		118	114	∞	134	∞	∞	∞	∞
Bx (114)				118	**114**	157	134	∞	185	210	∞
A (118)				**118**		157	134	∞	185	210	∞
M (134)						157	**134**	184	185	210	∞
Nv (157)						**157**		184	185	210	∞
C (184)								**184**	185	210	∞
N (185)									**185**	210	277
Lg (210)										**210**	277
Nf (277)											**277**

Calcul de l'indice de Shimbel de Charleroi



Shimbel de Charleroi = 184+99+125+116+70+27+50+0+39+102+131
= 943 km

C	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
C	∞	∞	∞	∞	∞	27	50	**0**	39	∞	∞
Nv (27)	∞	∞	∞	∞	70	**27**	50		39	∞	∞
N (39)	∞	∞	∞	∞	70		50		**39**	102	131
M (50)	∞	99	∞	∞	70		**50**			102	131
Bx (70)	∞	99	125	116	**70**					102	131
T (99)	184	**99**	125	116						102	131
Lg (102)	184		125	116						**102**	131
A (116)	184		125	**116**							131
G (125)	184		**125**								131
Nf (131	184										**131**
B (184)	**184**										

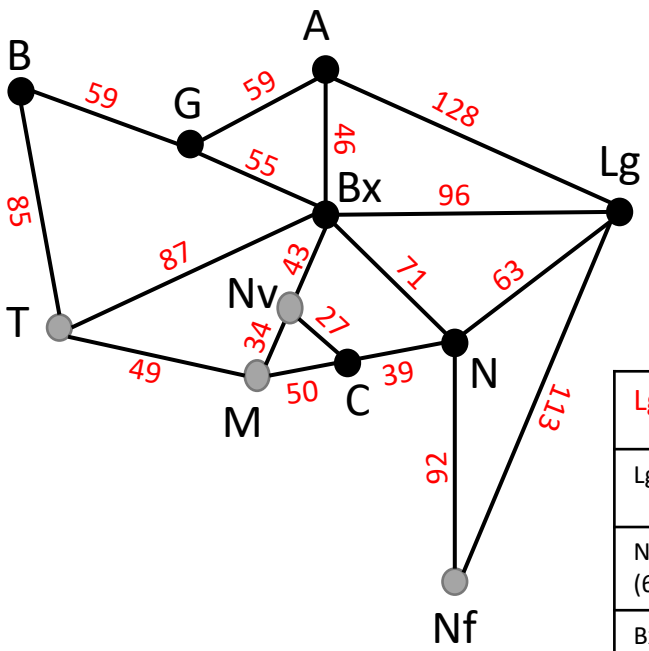


Calcul de l'indice de Shimbel de Namur

Shimbel de Namur = 185+138+126+117+71+66+89+39+0+63+92
= 986 km

N	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
N	∞	∞	∞	∞	71	∞	∞	39	**0**	63	92
C (39)	∞	∞	∞	∞	71	66	89	**39**		63	92
Lg (63)	∞	∞	∞	~~191~~	71	66	89			**63**	92
Nv (66)	∞	∞	∞	~~191~~	71	**66**	89				92
Bx (71)	∞	∞	126	117	**71**		89				92
M (89)	∞	138	126	117			**89**				92
Nf (92)	∞	138	126	117							**92**
A (117)	∞	138	126	**117**							
G (126)	185	138	**126**								
T (138)	185	**138**									
B (185)	**185**										

Calcul de l'indice de Shimbel de Liège



Shimbel de Liège = 210+201+151+128+96+129+152+102+63+0+113
= 1345 km

Lg	B	T	G	A	Bx	Nv	M	C	N	Lg	Nf
Lg	∞	∞	∞	128	96	∞	∞	∞	63	**0**	113
N (63)	∞	∞	∞	128	96	∞	∞	102	**63**		113
Bx (96)	∞	∞	151	128	**96**	~~139~~	∞	102			113
C (102)	∞	∞	151	128		129	152	**102**			113
Nf (113)	∞	∞	151	128		129	152				**113**
A (128)	∞	∞	151	**128**		129	152				
Nv (129)	∞	∞	151			**129**	152				
G (151)	210	∞	**151**				152				
M (152)	210	201					**152**				
T (201)	210	**201**									
B (210)	**210**										

Classement des 7 aires urbaines belges selon l'indice d'accessibilité de Shimbel :

1. Bruxelles : 822 km
2. Charleroi : 943 km
3. Namur : 986 km
4. Anvers : 1138 km
5. Gand : 1166 km
6. Liège : 1345 km
7. Bruges : 1523 km