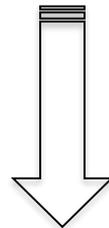
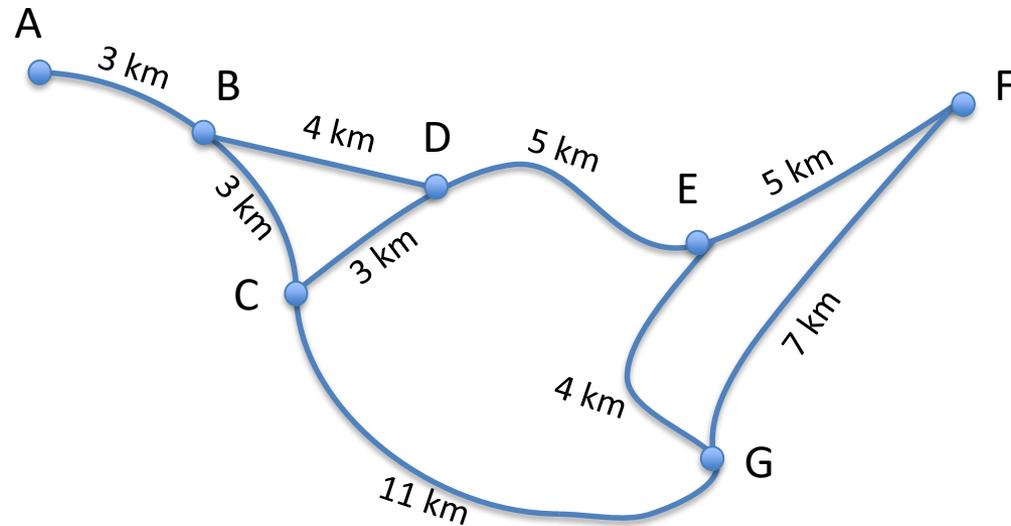


Comment un GPS calcule-t-il des itinéraires ?

Exemple d'application concrète de la géographie
(Option géographie en 6^{ème})



Quel est le plus court chemin entre le point A et le point G ?



Utilisation de la théorie des graphes : modélisation du réseau en graphe

1. Modélisation mathématique du réseau routier sous forme d'une matrice de connectivité

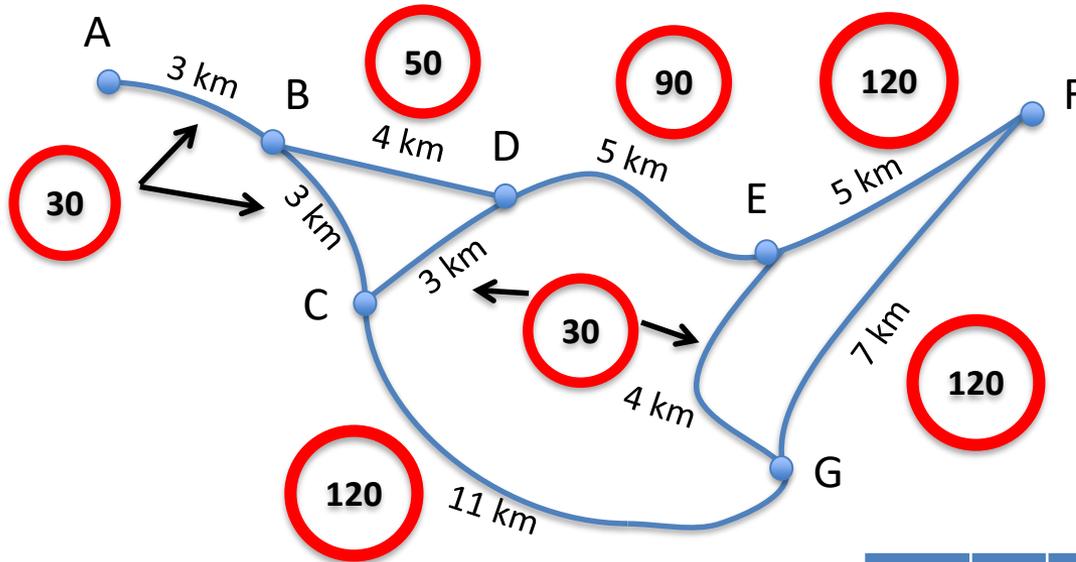
Les connexions directes entre deux points sont consignées dans une matrice

En KM	A	B	C	D	E	F	G
A	0	3	∞	∞	∞	∞	∞
B	3	0	3	4	∞	∞	∞
C	∞	3	0	3	∞	∞	∞
D	∞	4	3	0	5	∞	∞
E	∞	∞	∞	5	0	5	4
F	∞	∞	∞	∞	5	0	7
G	∞	∞	∞	∞	4	7	0

Pour aller plus loin : les distances peuvent être remplacées par des temps de parcours en multipliant cette matrice avec une matrice des vitesses pratiquées sur les tronçons du réseau.

1. Modélisation mathématique du réseau routier sous forme d'une matrice de temps de parcours.

(cette matrice correspond permet le calcul du temps de parcours le plus rapide)

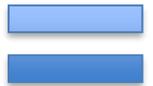


En min	A	B	C	D	E	F	G
A	0	6	∞	∞	∞	∞	∞
B	6	0	6	4,8	∞	∞	∞
C	∞	6	0	6	∞	∞	∞
D	∞	4,8	6	0	3,3	∞	∞
E	∞	∞	∞	3,3	0	2,5	8
F	∞	∞	∞	∞	2,5	0	3,5
G	∞	∞	∞	∞	8	3,5	0

En KM	A	B	C	D	E	F	G
A	0	3	∞	∞	∞	∞	∞
B	3	0	3	4	∞	∞	∞
C	∞	3	0	3	∞	∞	∞
D	∞	4	3	0	5	∞	∞
E	∞	∞	∞	5	0	5	4
F	∞	∞	∞	∞	5	0	7
G	∞	∞	∞	∞	4	7	0



En KM/h	A	B	C	D	E	F	G
A	0	30	∞	∞	∞	∞	∞
B	30	0	30	50	∞	∞	∞
C	∞	30	0	30	∞	∞	∞
D	∞	50	30	0	90	∞	∞
E	∞	∞	∞	90	0	120	30
F	∞	∞	∞	∞	120	0	120
G	∞	∞	∞	∞	30	120	0



2. Calcul du plus court chemin

Le connexions directes à partir de A : matrice de premier ordre

En KM	A	B	C	D	E	F	G
A	0 (A->A)	3 (A->B)	infini	infini	infini	infini	infini

En partant de A, nous pouvons nous rendre uniquement à B

Le connexions directes passant par B : matrice de 2ème ordre

(seules les relations les plus courtes sont conservées dans le tableau)

En KM	A	B	C	D	E	F	G
A	0 (A->A)	3 (A->B)	infini	infini	infini	infini	infini
par B	3+3=6 (A->B->A)	3+0=3 (A->B->B)	3+3 = 6 (A->B->C)	3+4 = 7 (A->B->D)	infini	infini	infini

De B, nous pouvons nous rendre à A, C et D.

Le chemin A vers B vers A est plus long que A vers A. Le GPS ne retient pas cette possibilité

Le connexions directes passant par C : matrice de 3ème ordre

(seules les relations les plus courtes sont conservées dans le tableau)

En KM	A	B	C	D	E	F	G
A	0 (A->A)	3 (A->B)	infini	infini	infini	infini	infini
Par B	3+3=6 (A->B->A)	3+0=3 (A->B->B)	3+3=6 (A->B->C)	3+4=7 (A->B->D)	infini	infini	infini
Par BC	infini	6+3=9 (A->B->C->B)	6+0=6 (A->B->C->C)	6+3=9 (A->B->C->D)	infini	infini	6+11=17 (A->B->C->G)

De C, nous pouvons nous rendre à B, D et G.

Le chemin ABCB est plus long que AB. Le GPS ne retient pas cette possibilité.

Le chemin ABCD est plus long que ABD. Le GPS ne retient pas cette possibilité.

Le connexions directes passant par D : matrice de 3ème ordre

(seules les relations les plus courtes sont conservées dans le tableau)

En KM	A	B	C	D	E	F	G
A	0 (A->A)	3 (A->B)	infini	infini	infini	infini	infini
Par B	3+3=6 (A->B->A)	3+0=3 (A->B->B)	3+3=6 (A->B->C)	3+4=7 (A->B->D)	infini	infini	infini
Par BC	infini	6+3=9 (A->B->C->B)	6+0=6 (A->B->C->C)	6+3=9 (A->B->C->D)	infini	infini	6+11=17 (A->B->C->G)
Par BD	infini	7+4=11 (A->B->D->B)	7+3=10 (A->B->D->C)	7+0=7 (A->B->D->D)	7+5=12 (A->B->D->E)	infini	infini

De D, nous pouvons nous rendre à B, C, D et E.

Les chemins ABDB et ABDC sont plus long que les précédents. Ils ne sont donc pas conservés.

Le connexions directes passant par E : matrice de 3ème ordre

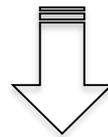
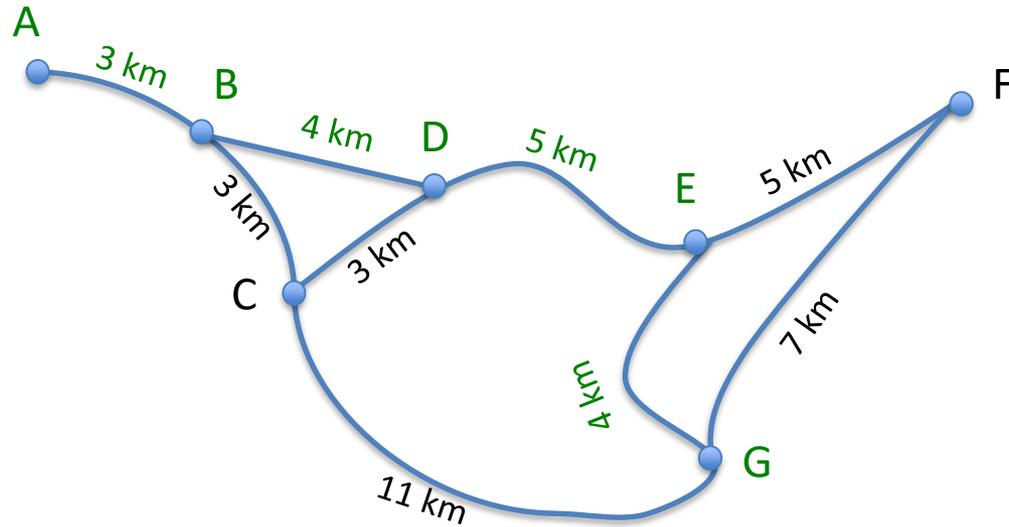
(seules les relations les plus courtes sont conservées dans le tableau)

En KM	A	B	C	D	E	F	G
A	0 (A->A)	3 (A->B)	infini	infini	infini	infini	infini
Par B	3+3=6 (A->B->A)	3+0=3 (A->B->B)	3+3=6 (A->B->C)	3+4=7 (A->B->D)	infini	infini	infini
Par BC	infini	6+3=9 (A->B->C->B)	6+0=6 (A->B->C->C)	6+3=9 (A->B->C->D)	infini	infini	6+11=17 (A->B->C->G)
Par BD	infini	7+4=11 (A->B->D->B)	7+3=10 (A->B->D->C)	7+0=7 (A->B->D->D)	7+5=12 (A->B->D->E)	infini	infini
Par BDE	infini	infini	infini	12+5=17 (A->B->D->E->D)	7+5=12 (A->B->D->E->E)	12+5=17 (A->B->D->E->F)	12+4=16 (A->B->D->E->G)

De E, nous pouvons nous rendre à D, E, F et G.

Le chemin ABDED est trop long. Par contre ABDEG est plus court que ABCG. ABDEG est donc conservé.

Le plus court chemin est donc :



A -> B -> D -> E -> G = 16 km

Mais quel est le plus rapide ?
Etes-vous prêt à relever le défi ?